

## A 45-a Olimpiadă Internațională de Matematică

Prima zi

Luni, 12 Iulie, 2004

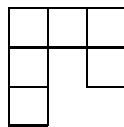
**Problema 1.** Fie  $ABC$  un triunghi ascuțitunghic cu  $AB \neq AC$ . Cercul cu diametrul  $BC$  intersectează laturile  $AB$  și  $AC$  în  $M$ , respectiv  $N$ . Fie  $O$  mijlocul lui  $BC$ . Bisectoarele unghiurilor  $BAC$  și  $MON$  se intersectează în  $R$ . Demonstrați că cercurile circumscrise triunghiurilor  $BMR$  și  $CNR$  au un punct comun care se află pe latura  $BC$ .

**Problema 2.** Găsiți toate polinoamele  $P(x)$  cu coeficienți reali care satisfac egalitatea

$$P(a - b) + P(b - c) + P(c - a) = 2P(a + b + c),$$

oricare ar fi numerele reale  $a, b, c$ , pentru care  $ab + bc + ca = 0$ .

**Problema 3.** Numim *piesă* o figură formată din 6 pătrate unitate ca în desen



sau obținută din aceasta prin rotații sau simetrii.

Determinați toate dreptunghiurile  $m \times n$  care pot fi acoperite cu *piese* astfel încât:

- piesele nu se suprapun și nu rămân spații libere în dreptunghi;
- nici o parte a unei piese nu poate acoperi porțiuni din afara dreptunghiului.

Timp de lucru: 4 ore 30 minute  
Fiecare problemă se notează cu 7 puncte